



Colle du 13/04 - Sujet 1
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Déterminer le nombre de parties de E .

Exercice 1. Un fumeur décide d'arrêter le tabac. S'il a réussi à ne pas fumer le jour n , la probabilité qu'il tienne le jour suivant est de 0,3. En revanche s'il a fumé la probabilité pour qu'il arrête le lendemain est de 0,9. On note pour tout $n \in \mathbb{N}$, p_n la probabilité que notre fumeur fume le jour n . On suppose que $p_0 = 1$.

1. Calculer p_1, p_2, p_3 .
2. Calculer la probabilité que notre fumeur n'ait pas fumé le jour n sachant qu'il a fumé le jour $n + 1$.
3. Calculer la probabilité que notre fumeur ne touche pas une seule cigarette durant les n premiers jours (mais pas le jour 0).
4. Déterminer pour tout $n \in \mathbb{N}$, p_{n+1} en fonction de p_n . En déduire p_n .

Exercice 2. Le gardien du colis doit ouvrir la cellule pour Astérix. Il possède n clés et les essaye une par une sans jamais réessayer deux fois la même clé. Déterminer la probabilité qu'il réussisse à trouver la bonne clé parmi les k premiers essais.



Colle du 13/04 - Sujet 2
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Démontrer le théorème d'approximation de Weierstrass : énoncer dans le cas continu et démonstration dans le cas lipschitzien.

Exercice 1. Déterminer le nombre de mots de cinq lettres comprenant trois consonnes, non toutes les trois consécutives, et deux voyelles.

Exercice 2. Dénombrer l'ensemble

$$\mathcal{A} = \{ f \in \mathcal{F}(\llbracket 1; n \rrbracket, \llbracket 1; n \rrbracket) \mid \forall k \in \llbracket 1; n-1 \rrbracket, f(k) \leq f(k+1) \leq f(k) + 1 \}.$$



Colle du 13/04 - Sujet 3
Dénombrement et probabilités

Question de cours. Montrer que si B n'est pas négligeable alors \mathbb{P}_B est une probabilité.

Exercice 1. Un dîner autour d'une table ronde est organisé. On invite n couples homme/femme.

1. Combien y a-t-il de plans de table ?
2. On impose de ne pas séparer les couples. Combien de plans de tables sont possibles ?
3. On impose d'alterner les genres. Compter à nouveau le nombre de possibilités.
4. Finalement on décide de ne pas séparer les couples et d'alterner les genres. Dénombrer.

Exercice 2. On tire simultanément deux cartes dans un jeu de 52 cartes. Déterminer si les événements A : « obtenir au moins un as » et B : « obtenir au moins un coeur » sont indépendants ou non.